

Neue Bewertung der harmonischen Analyse im Vergleich zur Darstellung der Ungleichheiten am Beispiel der Deutschen Bucht

Ein Beitrag von PATRICK GOFFINET

Zur Vorausberechnung der Hoch- und Niedrigwasser in den deutschen Gewässern der Nordsee wurde Mitte des 20. Jahrhunderts das Verfahren der Darstellung der Ungleichheiten vom ehemaligen Deutschen Hydrographischen Institut (DHI) eingeführt. Dieses Vorgehen leitet sich aus einem nonharmonischen Ansatz zur Analyse der halbmonatlichen Ungleichheiten ab, der auf die Mondtransitdaten zurückgreift (Kunze 1989). Trotz ihrer Mängel und ihrer Beschränkung auf die Ermittlung einzelner Punkte der Tidenkurve bringt diese Methode zufriedenstellende Ergebnisse für die Seeschifffahrt und wird noch heute vom Bundesamt für Seeschifffahrt und Hydrographie (BSH) zur Herstellung der Gezeitentafeln verwendet. Die weithin bekannte harmonische Analyse, die die Vorausberechnung der gesamten Tidenkurve nach beliebigem Takt ermöglicht, wurde ebenfalls im DHI geprüft. Allerdings erwiesen sich die im DHI und im BSH entwickelten harmonischen Verfahren als ungenau, da sie insbesondere auf eine beschränkte Anzahl von Gezeitenkomponenten zurückgreifen. Sie wurden zu offiziellen Berechnungen nicht berücksichtigt. Seitdem ergaben sich im Bereich der harmonischen Analyse und der Weiteruntersuchung des Gezeitenpotenzials wichtige Fortschritte auf internationaler Ebene. Dadurch wurde die Anzahl der Gezeitenkomponenten erheblich erweitert. Aufgrund der Schwächen der früher im DHI entwickelten harmonischen Ansätze, legt das nachfolgende Konzept eine Verbesserung des harmonischen Verfahrens vor, das sich auf eine umfangreiche und neudefinierte Komponentenliste stützt. Dieses Konzept ist mit einer neuen Art der Datenverarbeitung verbunden, die zur Optimierung der Berechnungsprozeduren konzipiert wurde. Durch eine komparative Bewertung beider

Vorausberechnungsmethoden am Beispiel der Datenauswertung mehrerer Pegelstationen der Deutschen Bucht wurde die Zuverlässigkeit des neuen harmonischen Verfahrens bestätigt.

Gezeitenvorausberechnung | harmonische Analyse | Ungleichheiten | Tidenkurve | Gezeitenpotenzial

1 Problematik der in der Deutschen Bucht erprobten harmonischen Verfahren

Um die Problematik der in der Deutschen Bucht bisher erprobten harmonischen Verfahren anzugehen, muss man sich zunächst auf die Grundlagen der harmonischen Analyse beziehen. Sie ergeben sich hauptsächlich aus dem Ansatz von Laplace (1798), bei dem sich durch die Antwort des Meeres auf die erzeugende Kraft des Lunisolar-Gezeitenpotenzials der in einem Ort beobachtete Wasserstand aus der Überlagerung elementarer Schwingungen ergibt. Hinsichtlich der Gezeiten werden diese Schwingungen als Teiltiden (oder Partialtiden) angesehen. Sie bestehen einerseits aus astronomischen Tiden, die unmittelbar aus der Entwicklung des Gezeitenpotenzials genommen werden, und andererseits aus zahlreichen zusammengesetzten Seichtwassertiden kürzerer Perioden, die aus den in den Flachwassergebieten erzeugten nichtlinearen Interaktionen entstehen. Außerdem werden die Teiltiden in sogenannte Stammtiden unterteilt, die je aus einer Haupttide

und mehreren, meist unbekanntenen, Nebentiden ähnlicher Geschwindigkeiten bestehen (siehe Tab. 1). Die Teiltiden werden nach Tidenart unterschieden, von den eintägigen bis zu den zwölftel-tägigen (und sogar vierzehntel-tägigen) Tiden. Nach dem Laplaceschen Ansatz muss eine maximale Anzahl dieser Teiltiden bei der Ausführung der harmonischen Analyse berücksichtigt werden, um die Genauigkeit des Verfahrens zu gewährleisten.

Der Vorteil der Darstellung der Ungleichheiten (Horn 1960) liegt in ihrer einfachen Umsetzung: mit Hilfe der Monddaten und aufgrund der rechnerischen Begrenzung auf die Vorausberechnung der Scheitelpunkte liefert dieses Verfahren korrekte Ergebnisse mit einer geringen Anzahl von Gezeitenkomponenten (hier harmonische Glieder genannt).

In den achtziger Jahren wurden im DHI harmonische Verfahren entwickelt und für Pegelstationen der Deutschen Bucht geprüft. Jedoch wurden sie gegenüber den Ergebnissen der Darstellung der Ungleichheiten negativ bewertet (Pansch 1989). Die getesteten harmonischen Ansätze basieren

Autor

Dr.-Ing. Patrick Goffinet war Wissenschaftler am BSH in Hamburg, wo er sich unter anderem mit der Gezeitenvorausberechnung und mit satellitengestützter Beschickung beschäftigte. Seit 2017 ist er im Ruhestand.

patrick.goffinet@gmx.de

auf der Formulierung von Darwin mit der Verwendung von nodalen Korrekturen, die aus der Potenzialentwicklung ermittelt werden. Sie bieten die Möglichkeit, die unbekanntes Nebentiden einer Stammtide durch die Haupttide zu ersetzen. Allerdings beziehen sich die Korrekturen auf eine ältere Entwicklung des Gezeitenpotenzials, die Doodson Anfang des 20. Jahrhunderts vorlegte und die im DHI geprüft wurde. Sie wurden in den Tafeln der astronomischen Argumente $V_0 + v$ und der Korrekturen j, v für den Zeitraum 1900 bis 1999 veröffentlicht (DHI 1967) und beschränken sich auf 114 Teiltiden (48 astronomische Tiden und 66 Seichtwassertiden), was insgesamt mit der Anzahl der ersetzten Nebentiden einem theoretischen Betrag von 241 Partialtiden für die Analyse entspricht.

Seither brachten internationale Untersuchungen des Gezeitenpotenzials mit der Bestimmung einer viel höheren Anzahl von Gezeitenkomponenten wesentliche Fortschritte. In Simon (2005) ergibt sich eine umfangreiche Liste von ca. 2000 Partialtiden, davon zahlreiche Seichtwassertiden und deren Stammtiden, die die nichtlinearen Interaktionen bis zur vierzehnteltägigen Tidenart berücksichtigt. Am Beispiel der Stammtide M_2 zeigt Tab. 1 die Fortschritte der neuesten Entwicklungen im Vergleich zu den Ergebnissen des DHI, die 1967 vorgelegt wurden. Die Tidenbezeichnung bezieht sich auf die alphabetische Klassifikation von Doodson (XDO).

DHI (1967)	Simon (2005)	Geschwindigkeit (°/St.)
	* BZZVYZZ	28.963331
	* BZZVZZZ	28.965537
	* BZZWYZZ	28.967972
	* BZZWZZZ	28.970179
	* BZZWAZZ	28.972385
	* BZZXZZZ	28.974821
	* BZZXAZZ	28.977027
* BZZXZZZ	* BZZXZZZ	28.979691
* BZZZYZB	* BZZZYZB	28.981898
** BZZZZZZ	** BZZZZZZ	28.984104
	* BZZAZZZ	28.986311
	* BZZAZZZ	28.988746
	* BZZAAZZ	28.990952
* BZZBZZZ	* BZZBZZZ	28.993388
* BZZBAZZ	* BZZBAZZ	28.995594
	* BZZCZZZ	28.998030
	* BZZCAZZ	29.000236
	* BZZDZZZ	29.002671

Tab. 1: XDO-Definition der M_2 -Stammtide nach DHI (1967) und Simon (2005). Zwei Sternchen (**) kennzeichnen die Haupttide M_2 , ein Sternchen (*) markiert die Nebentiden

2 Neue Implementierung der harmonischen Analyse

Grundformeln

Die Grundformel des harmonischen Ansatzes ergibt sich nach

$$h(t) = z_0 + \sum_{i=1}^n h_i \cos(V_{0,i} + \sigma_i t - g_i)$$

wo der Wasserstand $h(t)$ als Funktion der Zeit t ist und z_0 dem mittleren Niveau des Meeres entspricht. $h(t)$ wird nach einer algebraischen und finiten Summe von n trigonometrischen Gliedern ausgedrückt. Jedes Glied bezieht sich auf eine Partialtide P_i mit ihrer Phase $V_{0,i}$, berechnet zur Zeit $t = 0$, und ihre Winkelgeschwindigkeit σ_i . Die unbekanntes harmonischen Konstanten von P_i , die Amplitude h_i und die Phasenverschiebung g_i sind ortsabhängig und konstante Werte.

Durch die Parameter der fünf fundamentalen Argumente, die aus der Astronomie bekannt sind,

- s mittlere Länge des Mondes,
- h mittlere Länge der Sonne,
- p mittlere Länge des Mondbahnperigäums,
- $N = -N'$ mittlere Länge des aufsteigenden Mondbahnknotens,
- q mittlere Länge des Sonnenbahnperigäums,

wird die Phase (oder Argument) jeder Partialtide zur Zeit t nach

$$V_i(t) = m_1 \tau + m_2 s + m_3 h + m_4 p + m_5 N' + m_6 q + m_7 \cdot 90$$

berechnet, wo die ganzzahligen Koeffizienten $m_1 \dots m_7$, die jede Teiltide bezeichnen, sich aus der Potenzialentwicklung ableiten. Daher ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit von P_i :

$$\sigma_i(t) = m_1 \dot{\tau} + m_2 \dot{s} + m_3 \dot{h} + m_4 \dot{p} + m_5 \dot{N}' + m_6 \dot{q}$$

Bei der Verwendung von nodalen Korrekturen wird der Ausdruck von $h(t)$ zu

$$h(t) = z_0 + \sum_{i=1}^n f_i h_i \cos(V_{0,i} + \sigma_i t + v_i - g_i)$$

geändert. Die Korrekturen f_i und v_i werden auf jede betroffene Haupttide (astronomische Tiden und Seichtwassertiden) angewandt.

Rahmenbedingungen der Analyse und Datenverarbeitung

Die für die nachfolgende Implementierung berücksichtigten Partialtiden beziehen sich auf die Haupttiden der *Standard List of Constituents* der International Hydrographic Organization (IHO), die in der oben genannten Komponentenliste von Simon (2005) mit deren Stammtiden zusammengefasst werden. Nach einer Auswahl, die nicht vollständig ist und erweitert werden kann, wurden 685 repräsentative Partialtiden bestimmt. Aufgrund dieser großen Anzahl von Teiltiden war es nicht erforderlich, auf die nodalen Korrekturen zurückzugreifen. Da bei der Analyse alle Signalfrequenzen der Partialtiden getrennt werden müssen, zeigt Tab. 2 gemäß den Werten der Koeffizienten $m_1 \dots m_5$ die entsprechende Länge des dafür erforderlichen Beobachtungszeitraums. In der Praxis entspricht der maximale verwendete Zeitraum der Umlaufzeit des Mondbahnknotens (18,6 Jahre, auf 19 Jahre gerundet). Dadurch werden alle Teiltiden bis auf diejenigen getrennt, die die gleichen Reihenfolgen von Koeffizienten $m_1 \dots m_5$ zeigen.

Codierung mit unterschiedlichen	Fundamentale Geschwindigkeiten	Δt
m_2 , gleicher m_1	\dot{s}	27,3 Tage
m_3 , gleicher m_1, m_2	\dot{h}	365 Tage
m_4 , gleicher $m_1 \dots m_3$	\dot{p}	8,8 Jahre
m_5 , gleicher $m_1 \dots m_4$	\dot{N}	18,6 Jahre
m_6 , gleicher $m_1 \dots m_5$	\dot{q}	20940 Jahre

Tab. 2: Trennungskriterien der Partialtiden nach Beobachtungszeitraum

Die Signalfrequenzen der Beobachtungszeitreihe werden durch Spektralanalyse hervorgehoben. Eine wichtige Eigenschaft dieser Transformation stellt das Äquivalenzprinzip dar, bei dem die Zeitreihe und ihr Frequenzspektrum dieselben Informationen enthalten. Abb. 1 zeigt als Beispiel die Spektraldarstellung des Wasserstands, der an der Pegelstation Cuxhaven von 1993 bis 2015 beobachtet wurde. Trotz des Rauscheinflusses unterscheiden sich die Spektrallinien jeder Tidenart von den eintägigen bis zu den zwölfteltägigen deutlich.

Wegen der hohen Anzahl der Partialtiden, bei denen jeweils eine Phase und eine Amplitude zu bestimmen sind, erfordert die Lösung des Gleichungssystems einen relevanten Rechenaufwand, wenn alle Unbekannten durch einen einzigen Lö-

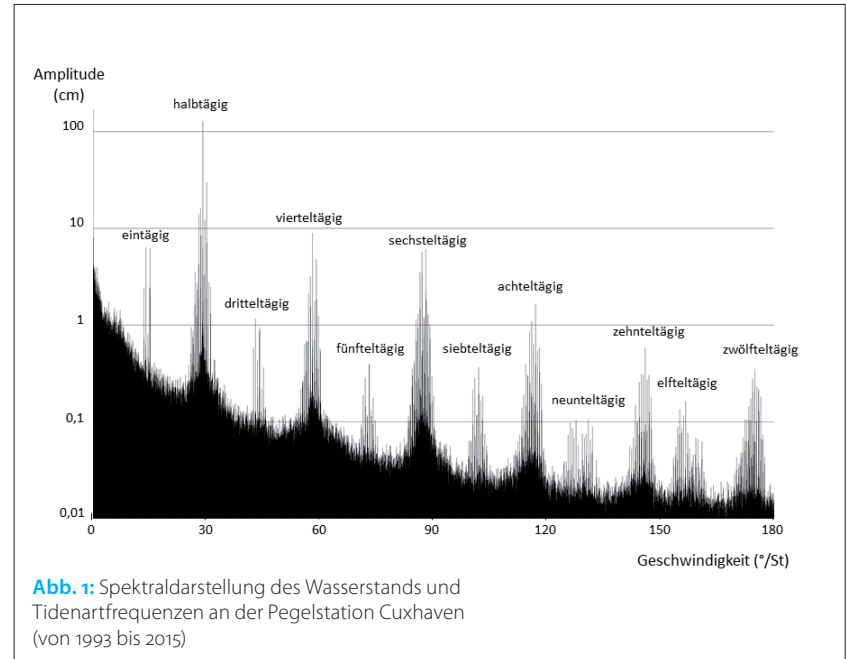
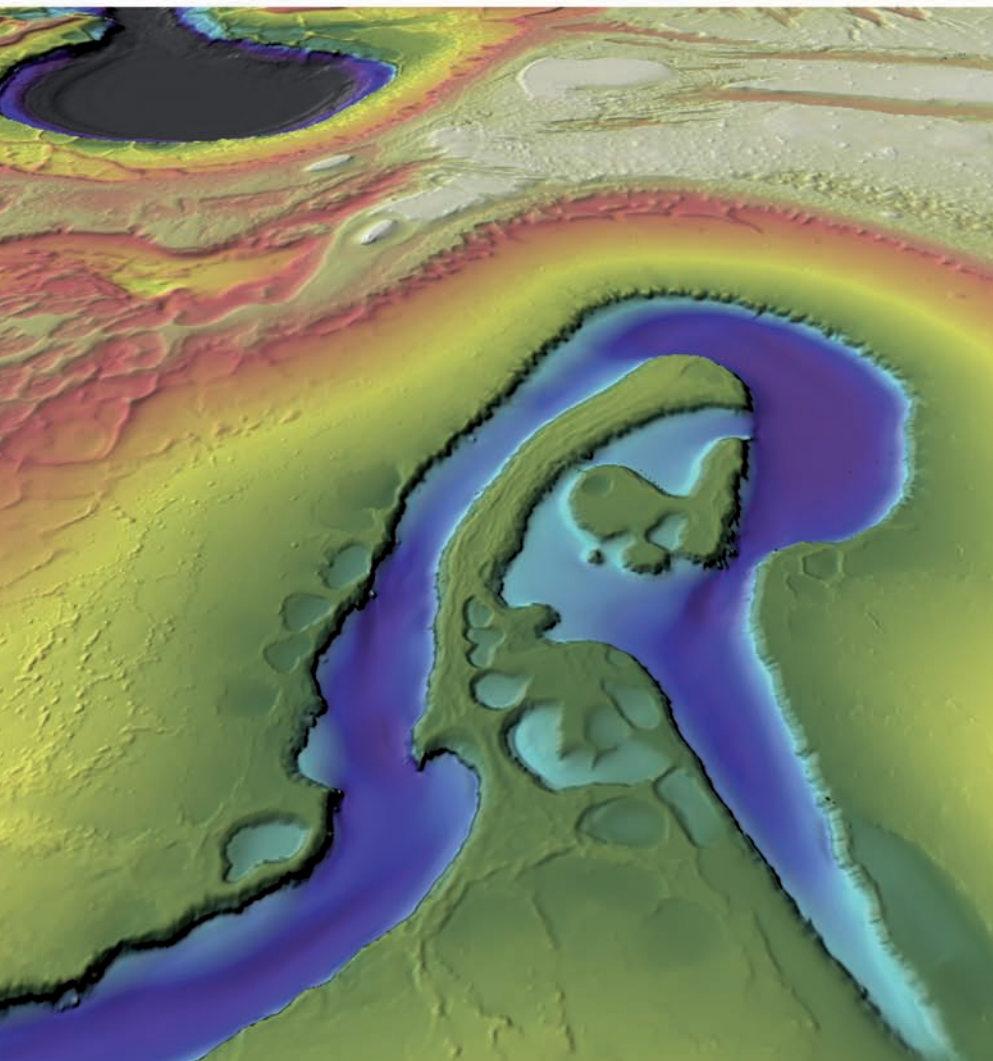


Abb. 1: Spektraldarstellung des Wasserstands und Tidenartfrequenzen an der Pegelstation Cuxhaven (von 1993 bis 2015)

sungsprozess ermittelt werden. In diesem Fall können sich die Fehler der Iterationsprozesse auf die Genauigkeit der Endergebnisse auswirken.

Nach dem oben genannten Äquivalenzprinzip stellt eine selektive Frequenzfilterung der Beobachtungsreihe nach Tidenart eine bessere Alter-



40+

YEARS OF HYDROGRAPHIC EXPERIENCE

Fugro's hydrographic and geophysical surveys inform energy, construction and mining projects around the world.

Our high resolution, large area multibeam surveys - facilitated by Fugro's precise positioning services - deliver IHO compliance, whilst our desktop studies and detailed surveys of cable routes, pipelay and subsea infrastructure, enhance the safety and efficiency of your project.

Fugro Germany Marine GmbH
+49 4212 239150
info-fgmg@fugro.com
www.fugro.com

native dar (Simon et al. 2013). Es werden dazu nach Fourier-Transformation, Filterung und inverser Fourier-Transformation Zeitreihen erzeugt, die jeweils nur die Signale einer ausgewählten Tidenart enthalten und die sukzessiv harmonisch analysiert werden können. Diese Option, die nachfolgend übernommen wurde, hat den Vorteil, die Anzahl der Unbekannten bei jedem Analysenprozess erheblich zu reduzieren.

3 Erprobung des harmonischen Verfahrens im Bereich der Deutschen Bucht

Der für die Analyse verwendete minimale Beobachtungszeitraum entspricht der obengenannten Periode von 18,6 Jahren und bezieht sich auf die Daten der folgenden Pegelstationen, deren Zeitreihen in Stundentakt als Eingangsdaten für die Erprobung des harmonischen Verfahrens bereitgestellt wurden:

- Cuxhaven von 1993 bis 2015 (23 Jahre), Küstenpegel (Elbemündung),
- Borkum von 1993 bis 2011 (19 Jahre), Küstenpegel,
- Helgoland von 1956 bis 1974 (19 Jahre), Nordseepiegel mit sinusähnlichem Verlauf,
- St. Pauli von 1996 bis 2015 (20 Jahre), Flusspegel mit kurzer Steigzeit.

Wie oben erwähnt, wurden die harmonischen Konstanten dieser vier Stationen nach Tidenart ermittelt, um jährliche Zeitreihen von Vorausberechnungen zu erstellen. Um die Ergebnisse der Darstellung der Ungleichheiten ebenfalls in die Vergleichsanalyse zu integrieren, wurden nur die Scheitelpunkte berücksichtigt. Die aus dem nonharmonischen Verfahren vorausberechneten Hoch- und Niedrigwasser beziehen sich auf die Grunddaten, die zur Herstellung der amtlichen Gezeitentafeln benutzt wurden. Die Bewertung beider Methoden erfolgte nach Analyse von Reihen in Zeit und Höhe, die aus Differenzbildung zwischen den entsprechenden Vorausberechnungen und Beobachtungen erzeugt wurden. Als Testgrößen wurden die Standardabweichung und der systematische Anteil berechnet. Da die Beobachtungen nicht nur den Gezeiten-, sondern auch einen Stauanteil enthalten, sind die Höhendaten beider Zeitreihen nicht direkt vergleichbar, weil ihre Differenzbildung den Stauanteil darstellt. Dennoch bleibt die Bewertung beider Verfahren mit Hilfe der oben genannten Testgrößen gültig.

4 Ergebnisse und Schlussfolgerung

Die bedeutendste Testgröße stellt die Standardabweichung dar, deren Werte nachstehend kom-

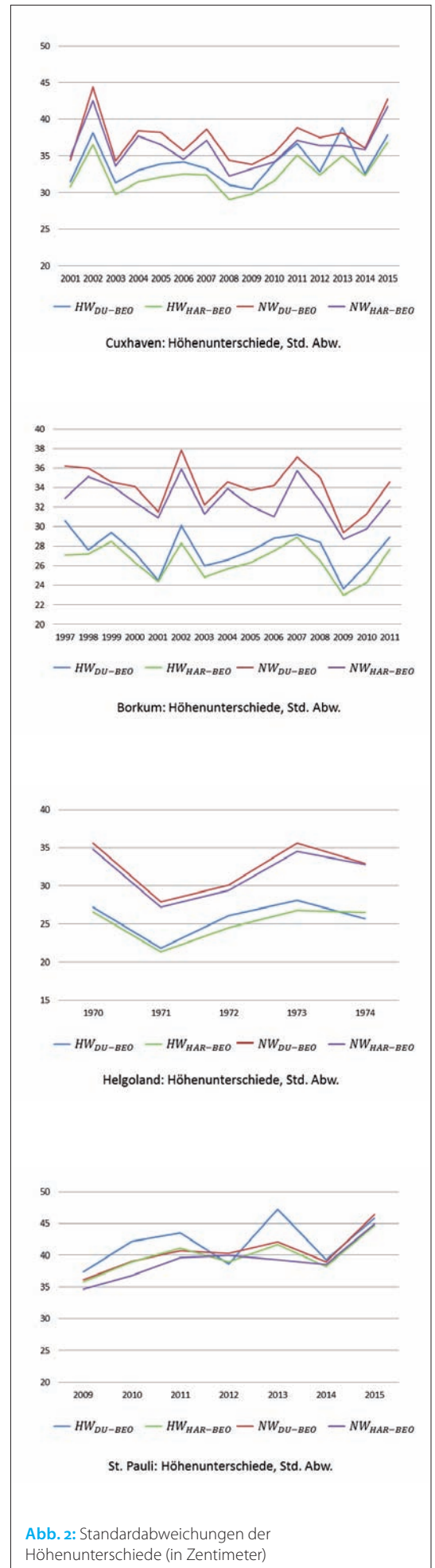


Abb. 2: Standardabweichungen der Höhenunterschiede (in Zentimeter)

Literatur

DHI (1967): Tafeln der astronomischen Argumente $V_0 + v$ und der Korrekturen j, v ; Deutsches Hydrographisches Institut, Nr. 2276, Hamburg

Horn, Walter (1960): Some recent approaches to tidal problems; International Hydrographic Review, Vol. 37, Nr. 2

Kunze, Hans-Joachim (1989): Darstellung der Ungleichheiten und halbmonatliche Ungleichheit; Persönliche Kommunikation, Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg

Laplace, Pierre-Simon (1798): Traité de mécanique céleste; Paris

Pansch, Erich (1989): New harmonic tidal constants for some German North Sea Stations; Deutsche Hydrographische Zeitschrift, Vol. 42, Nr. 1, S. 27-39

Simon, Bernard (2005): Composantes de marée; Innerer Bericht, Service Hydrographique et Océanographique de la Marine (SHOM), Brest

Simon, Bernard; Joseph Gonella; David Manley; Steven Shipman (2013): Coastal Tides; Institut Océanographique, Monaco

mentiert werden. Je niedriger der Wert ist, desto näher kommen die Vorausberechnungen an die beobachteten Daten heran. Der Zeitraum der Vergleichsanalyse beträgt 15 Jahre für Cuxhaven und Borkum, 5 Jahre für St. Pauli und 7 Jahre für Helgoland. Die Daten, die mit schweren Wetterbedingungen verbunden sind (Sturmfluten), wurden nicht berücksichtigt. In den folgenden Abbildungen beziehen sich die Abkürzungen »HAR« und »DU« auf das Verfahren der harmonischen Analyse bzw. der Darstellung der Ungleichheiten, und »BEO« auf die Beobachtungen.

Abb. 2 zeigt die Standardabweichungen der Höhenunterschiede. Sie umfassen Werte von ca. 20 bis 50 cm, die dem starken Einfluss meteorologischer Faktoren entsprechen. Beide Methoden zeigen kohärente und ähnliche Ergebnisse, die sich nur durch einige cm voneinander unterscheiden.

Abb. 3 stellt die Standardabweichungen der Eintrittszeitunterschiede dar, die die 15-Minuten-Grenze nicht überschreiten. Beide Verfahren ergeben ähnliche Werte bei Hoch- oder Niedrigwasser, deren Unterschiede kürzer als eine Minute sind. Die maximale Spanne der Abweichungsreihen beträgt ca. 6 Minuten. Dies bedeutet, dass die Zeitintervalle bzw. die Eintrittszeiten weniger von den wetterbedingten Störungen betroffen sind als die Höhen.

Als Schlussfolgerung wird am Beispiel der Datenauswertung der vier oben genannten Pegelstationen und der entsprechenden Vergleichsanalyse bestätigt, dass die in dieser Untersuchung vorgelegte neue harmonische Methode ähnlich präzise Ergebnisse wie das Verfahren der Darstellung der Ungleichheiten für die Ermittlung der Hoch- und Niedrigwasser liefert. Der Hauptfaktor dafür ist, dass für die Durchführung der harmonischen Analyse eine ausreichende Anzahl von Teiltiden (astronomische Tiden, Seichtwassertiden, und deren Nebentiden) bei jeder Tidenart eingesetzt werden müssen, die den Zugriff auf nodale Korrekturen unnötig machen, und die die komplizierte Verbreitung der Gezeiten im Küstenbereich der Deutschen Bucht realistisch darstellen. Dies betrifft insbesondere die Seichtwassertiden höherer Frequenzen, die bis zu den zwölfteltägigen Tiden berücksichtigt werden müssen.

Die oben genannten Schwächen der bisher im DHI erprobten harmonischen Verfahren entstehen prinzipiell aus folgenden Gründen: ein begrenzter Entwicklungsgrad des Gezeitenpotenzials, der zu einer ungenauen Bestimmung von nodalen Korrekturen führt, und die Verwendung einer beschränkten Anzahl von Seichtwassertiden, die für die harmonische Gezeitenvorausberechnung in Flachwassergebieten ungeeignet ist. Diese Mängel können auf die Leistung der vorherigen EDV-Prozeduren zurückgeführt werden, die in den letzten Dekaden nicht die aktuellen IT-Standards erreichte.

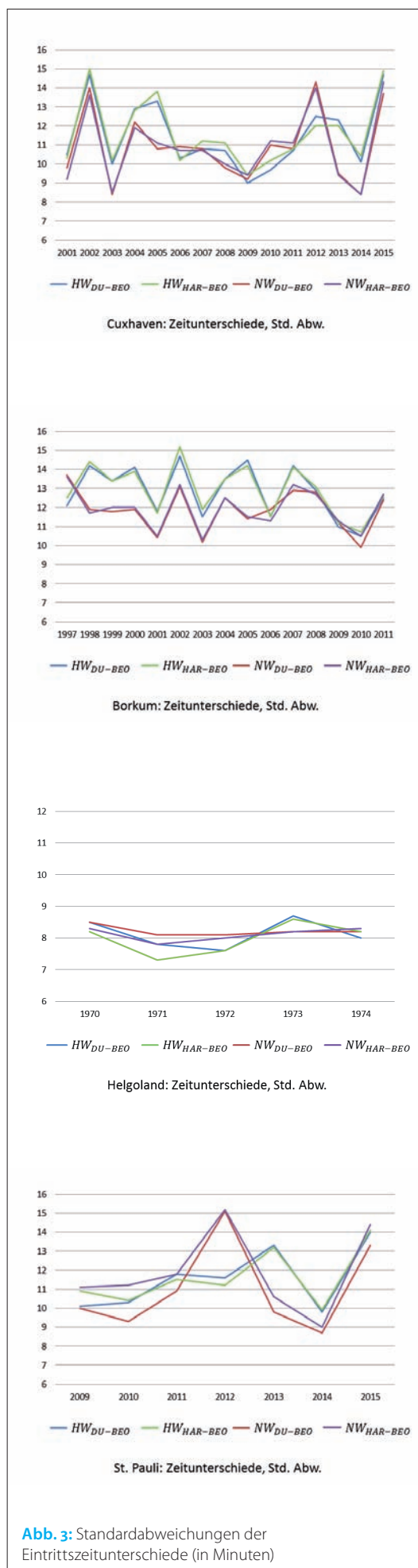


Abb. 3: Standardabweichungen der Eintrittszeitunterschiede (in Minuten)

Sonderpublikation

Dieser Beitrag basiert auf einer ausführlichen Untersuchung, die als DHyG-Sonderpublikation erschienen ist und auf der DHyG-Website zum Download bereitsteht (dhyg.de), DOI: 10.23784/DHyG-SP_001